۱ -

حل:

$a_۱ + a_۲ + a_۳ = ۹ \rightarrow a + a + d + a + ۲d = ۹$

$\rightarrow ۳a + ۲d = ۹ \rightarrow \boxed{a + d = ۳}$

$a_۵ = ۹ \rightarrow \boxed{a + ۴d = ۹}$

$a + d$

$a + ۴d = ۹$

$d = ۲ , a = ۱$

$\rightarrow a_n = a + (n - ۱)d$

$\rightarrow a_n = ۱ + (n - ۱) \times ۲ \quad \rightarrow a_n = ۲n - ۱$

۲ -

$۱ , ۳ , ۷ , ۱۳ , ... \rightarrow a_n = An^۲ + Bn + c$

حل:

$a_۱ = A + B + C = ۱ \rightarrow A + B + C = ۱$

$a_۲ = A(۲)^۲ + B(۲) + C = ۳ \rightarrow ۴A + ۲B + C = ۳$

$a_۳ = A(۳)^۲ + B(۳) + C = ۷ \rightarrow ۹A + ۳B + C = ۷$

$$\begin{cases} A + B + C = ۱ \\ ۴A + ۲B + C = ۳ \\ ۹A + ۳B + C = ۷ \end{cases} \begin{matrix} (-) \\ \Rightarrow ۳A + B = ۲ \\ (-) \\ \Rightarrow ۵A + B = ۴ \end{matrix}$$

$$\overline{\qquad\qquad}$$

$A = ۱ , B = -۱ , C = ۱$

$\Rightarrow \boxed{a_n = n^۲ - n + ۱}$

۳ -

حل:

$a_۱ \times a_۲ = ۱ \rightarrow a \times aq = ۱ \rightarrow a^۲q = ۱$

$\frac{a_{۱۰}}{a_۹} = \frac{aq^۹}{aq^۸} = q = ۴ \rightarrow q = ۴ \quad \Rightarrow ۴a^۲ = ۱$

$\rightarrow a^۲ = \frac{۱}{۴} \rightarrow a = \frac{۱}{۲}$

$a_n = aq^{n-۱} \rightarrow a_n = \frac{۱}{۲} \times ۴^{n-۱}$

۴ -

حل:

$\sin ۳۰^\circ = \frac{AB}{BC} \rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{\sqrt{۳}}{x} \rightarrow \boxed{x = ۲\sqrt{۳}}$

$\cos ۳۰^\circ = \frac{AC}{BC} \rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{y}{۲\sqrt{۳}} \rightarrow ۲y = ۶ \rightarrow \boxed{y = ۳}$

۵ -

حل:

$$A=\frac{\sin^{۲}۴۵+\cos^{۲}۳۰}{۱-\tan^{۲}۶۰}=\frac{(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^{۲}+(\frac{\sqrt{۳}}{۲})^{۲}}{۱-(\sqrt{۳})^{۲}}=\frac{\frac{۲}{۴}+\frac{۳}{۴}}{۱-۳}\Rightarrow A=\frac{\frac{۵}{۴}}{-۲}=\boxed{-\frac{۵}{۸}}$$

۶ -

$$\tan\theta=۱\rightarrow\ \theta=۴۵^\circ$$

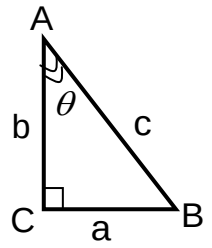
حل:

$$B=\frac{\sin^{۲}\theta+\cos^{۲}\theta}{\sin^{۴}\theta+\cos^{۴}\theta}=\frac{۱}{\sin^{۴}۴۵^\circ+\cos^{۴}۴۵^\circ}=\frac{۱}{(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^{۴}+(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^{۴}}\quad\Rightarrow B=\frac{۱}{\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۴}}=۲$$

۷ -

$\sin^{۲}\theta+\cos^{۲}\theta=۱$ فیثاغورث : $\boxed{c^{۲}=a^{۲}+b^{۲}}$

حل:



$$\begin{cases}\sin\theta=\frac{a}{c}\\ \cos\theta=\frac{b}{c}\end{cases}\Rightarrow\sin^{۲}\theta+\cos^{۲}\theta=\frac{a^{۲}}{c^{۲}}+\frac{b^{۲}}{c^{۲}}$$

$$\Rightarrow\sin^{۲}\theta+\cos^{۲}\theta=\frac{a^{۲}+b^{۲}}{c^{۲}}=\frac{c^{۲}}{c^{۲}}=۱$$

۸ -

$$a_{۱}\times a_{۲}\times a_{۳}=-\frac{۲۷}{۸}\rightarrow a\times aq\times aq^{۲}=-\frac{۲۷}{۸}$$

حل:

$$\rightarrow(aq)^{۳}=-\frac{۲۷}{۸}\rightarrow\underbrace{aq}_{a_{۲}}=\sqrt[۳]{-\frac{۲۷}{۸}}=-\frac{۳}{۲}$$

$$\rightarrow\boxed{a_{۲}=-\frac{۳}{۲}}$$

۹ -

$$a_{۱}=۲\rightarrow\boxed{a_{n}=۲}$$

حل: چون دنباله هم حسابی و هم هندسی است،

دنباله ثابت است، لذا :

$$S_{۱۰۰}=\underbrace{۲+۲+...+۲}_{\text{۱۰۰ تا}}=۲\times۱۰۰=\boxed{۲۰۰}$$

۱۰ -

$$S=\frac{۱}{۲}(AB)\times(BC)\times\sin۶۰=\frac{۱}{۲}(۲)\times(۴\sqrt{۳})\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

حل:

$$\rightarrow\boxed{S=۶}$$

۱۱ -

حل:

$$\cos\theta=\frac{۳}{۵}\rightarrow \sin^{۲}\theta=۱-\cos^{۲}\theta$$

$$\rightarrow \sin^{۲}\theta=۱-(\frac{۳}{۵})^{۲}=\frac{۱۶}{۲۵}$$

$$\rightarrow \boxed{\sin\theta=\frac{۴}{۵}}$$ θ : ربع اول

$$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{\frac{۴}{۵}}{\frac{۳}{۵}}=\boxed{\frac{۴}{۳}}\rightarrow \cot\theta=\frac{۱}{\tan\theta}=\frac{۳}{۴}$$

---

۱۲ -

حل:

$$\tan\theta=۲\ \rightarrow\ \frac{\sin\theta}{\cos\theta}=۲\rightarrow \boxed{\sin\theta=۲\cos\theta}$$

$$A=\frac{۲\sin\theta-۳\cos\theta}{\cos\theta(۱+۲\cos^{۲}\theta)}=\frac{۲(۲\cos\theta)-۳\cos\theta}{\cos\theta(۱+\frac{۲}{۱+\tan^{۲}\theta})}=\frac{\cos\theta}{\cos\theta(۱+\frac{۲}{۱+\tan^{۲}\theta})}$$

$$A=\frac{۱}{۱+\frac{۲}{۱+۲^{۲}}}=\frac{۱}{۱+\frac{۲}{۵}}=\frac{۱}{\frac{۷}{۵}}=\frac{۵}{۷}$$

---

۱۳ -

حل:

اگر $۳۰^\circ<\theta<۱۵۰^\circ\rightarrow \frac{۱}{۲}<\sin\theta\leq ۱$

$$\sin\theta=۱-۲m\ \rightarrow\ \frac{۱}{۲}<۱-۲m\leq ۱$$

$$\rightarrow -\frac{۱}{۲}<-۲m\leq ۰\ \rightarrow ۰\leq m<\frac{۱}{۴}$$

---

۱۴ -

$$\tan(\hat{A}-۲۰^\circ)\times\tan(\hat{B}+۲۰^\circ)=۱$$

$$\tan(\hat{A}-۲۰^\circ)=\frac{۱}{\tan(\hat{B}+۲۰^\circ)}\rightarrow \tan(\hat{A}-۲۰^\circ)=\cot(\hat{B}+۲۰^\circ)$$

$$\tan(\hat{A}-۲۰^\circ)=\tan[۹۰^\circ-(\hat{B}+۲۰^\circ)]$$

$$\hat{A}-۲۰^\circ=۹۰^\circ-\hat{B}-۲۰^\circ\rightarrow \hat{A}+\hat{B}=۹۰^\circ$$

$$\hat{C}=۱۸۰^\circ-(\hat{A}+\hat{B})\rightarrow \boxed{\hat{C}=۹۰^\circ}$$